

Vorwort	5
0 Problemorientierter Mathematikunterricht – Theoretische Grundlagen	
0.1 Probleme	8
0.2 Problemlösen und Problemfinden	14
0.3 Problemorientierter Mathematikunterricht	34
0.4 Das Problemfeldkonzept	37
Literatur zu Kapitel 0	40
1 Lernangebot 1 „Flussüberquerung“	
1.1 Zum mathematischen Hintergrund	46
1.2 Zur möglichen unterrichtlichen Behandlung des Ausgangsproblems	48
1.3 Zur möglichen unterrichtlichen Behandlung von Folgeproblemen	52
1.4 Weitere didaktisch-methodische Anmerkungen	55
1.5 Zur Begründung des Lernangebotes	56
1.6 Kopiervorlagen	58
Literatur zu Lernangebot 1	62
2 Lernangebot 2 „22 gewinnt“	
2.1 Zum mathematischen Hintergrund	64
2.2 Zur möglichen unterrichtlichen Behandlung des Ausgangsproblems	66
2.3 Zur möglichen unterrichtlichen Behandlung von Folgeproblemen	70
2.4 Weitere didaktisch-methodische Anmerkungen	74
2.5 Zur Begründung des Lernangebotes	76
2.6 Kopiervorlagen	77
Literatur zu Lernangebot 2	82
3 Lernangebot 3 „Parkette und Zahlenfolgen“	
3.1 Vorbemerkungen	84
3.2 Zum mathematischen Hintergrund	84
3.3 Zur möglichen unterrichtlichen Behandlung des Ausgangsproblems	92
3.4 Zur möglichen unterrichtlichen Behandlung von Folgeproblemen	93
3.5 Weitere didaktisch-methodische Anmerkungen	101
3.6 Zur Begründung des Lernangebotes	103
3.7 Kopiervorlagen	105
Literatur zu Lernangebot 3	114

4	Lernangebot 4 „Ameisenwege“	
4.1	Zum mathematischen Hintergrund	116
4.2	Zur möglichen unterrichtlichen Behandlung des Ausgangsproblems	125
4.3	Zur möglichen unterrichtlichen Behandlung von Folgeproblemen	127
4.4	Weitere didaktisch-methodische Anmerkungen	133
4.5	Zur Begründung des Lernangebotes	134
4.6	Kopiervorlagen	135
	Literatur zu Lernangebot 4.	141
5	Lernangebot 5 „Magische Figuren“	
5.1	Zum mathematischen Hintergrund	144
5.2	Zur möglichen unterrichtlichen Behandlung des Ausgangsproblems	149
5.3	Zur möglichen unterrichtlichen Behandlung von Folgeproblemen	152
5.4	Weitere didaktisch-methodische Anmerkungen	156
5.5	Zur Begründung des Lernangebotes	156
5.6	Kopiervorlagen	158
	Literatur zu Lernangebot 5.	166
6	Lernangebot 6 „Beinparade“	
6.1	Zum mathematischen Hintergrund	168
6.2	Zur möglichen unterrichtlichen Behandlung des Ausgangsproblems	172
6.3	Zur möglichen unterrichtlichen Behandlung von Folgeproblemen	175
6.4	Weitere didaktisch-methodische Anmerkungen	177
6.5	Zur Begründung des Lernangebotes	177
6.6	Kopiervorlagen	179
	Literatur zu Lernangebot 6.	185
7	Lernangebot 7 „Teufelspakt“	
7.1	Zum mathematischen Hintergrund	188
7.2	Zur möglichen unterrichtlichen Behandlung des Ausgangsproblems	191
7.3	Zur möglichen unterrichtlichen Behandlung von Folgeproblemen	195
7.4	Weitere didaktisch-methodische Anmerkungen	198
7.5	Zur Begründung des Lernangebotes	200
7.6	Kopiervorlagen	201
	Literatur zu Lernangebot 7.	205
8	Ausblick	206

Liebe Leserinnen und Leser,

seit einigen Jahren wird im Mathematikunterricht eine stärkere Problemorientierung gefordert. Dabei geht es um einen geeigneten Umgang mit mathematischen Problemen sowohl in Form des Lösens als auch des Findens.

Es herrscht Konsens darüber, dass bereits im frühen Schulalter damit zu beginnen ist, diese für das Betreiben von Mathematik bedeutsamen Prozesse anzuregen und fortzuentwickeln. Das stellt besondere Anforderungen an den Mathematikunterricht in der Grundschule. Dazu gehört, dass Lehrende wesentliche theoretische Grundlagen für einen problemorientierten Mathematikunterricht kennen, ihnen Konzepte, Methoden und Maßnahmen zu seiner Gestaltung vertraut sind und sie diese situations- und altersstufengemäß in ihrem Unterricht einsetzen können.

Es ist eine alte pädagogische Weisheit, dass die Gestaltung und Qualität eines solchen Unterrichts in hohem Maße von der Art der Lernangebote mitbestimmt wird. An dieser Stelle setzt das vorliegende Werk an. Nach einer theoretischen Einführung in die Thematik unterbreiten wir fallstudienartig erprobte Lernangebote, die insbesondere für den Mathematikunterricht im dritten und vierten Schuljahr konzipiert sind.

Diese Angebote orientieren sich an der Arbeitsweise von Mathematikern und berücksichtigen zeitgemäße Theorien des Lehrens und Lernens von Mathematik. Neben den mathematischen Hintergründen der Lernangebote werden ihre didaktisch-methodischen Umsetzungsmöglichkeiten ausführlich diskutiert.

Dem Buch ist zudem eine CD beigelegt, die editierbare Kopiervorlagen zu den einzelnen Themen bereitstellt. Um abzusichern, dass Veränderungen in den Textpassagen dieser Vorlagen vorgenommen werden können, haben wir dafür die (Standard-)Schrift Arial gewählt. Weitere darauf enthaltene Fotos und Dateien geben ergänzende themenbezogene Anregungen für Tafelbilder, OHP-Folien und den weiteren Material- bzw. Medieneinsatz.

Wir würden uns freuen, wenn es mit dem vorliegenden Werk gelänge, Ihr Wissen über problemorientierten Mathematikunterricht anzureichern bzw. seine Durchführung und Gestaltung zu unterstützen.

Unser Dank gilt allen, die das Zustandekommen dieses Werkes unterstützt und möglich gemacht haben.

In besonderer Weise danken wir KIM-ALENA NORDMANN für die umfangreiche redaktionelle Aufbereitung der Dokumente.

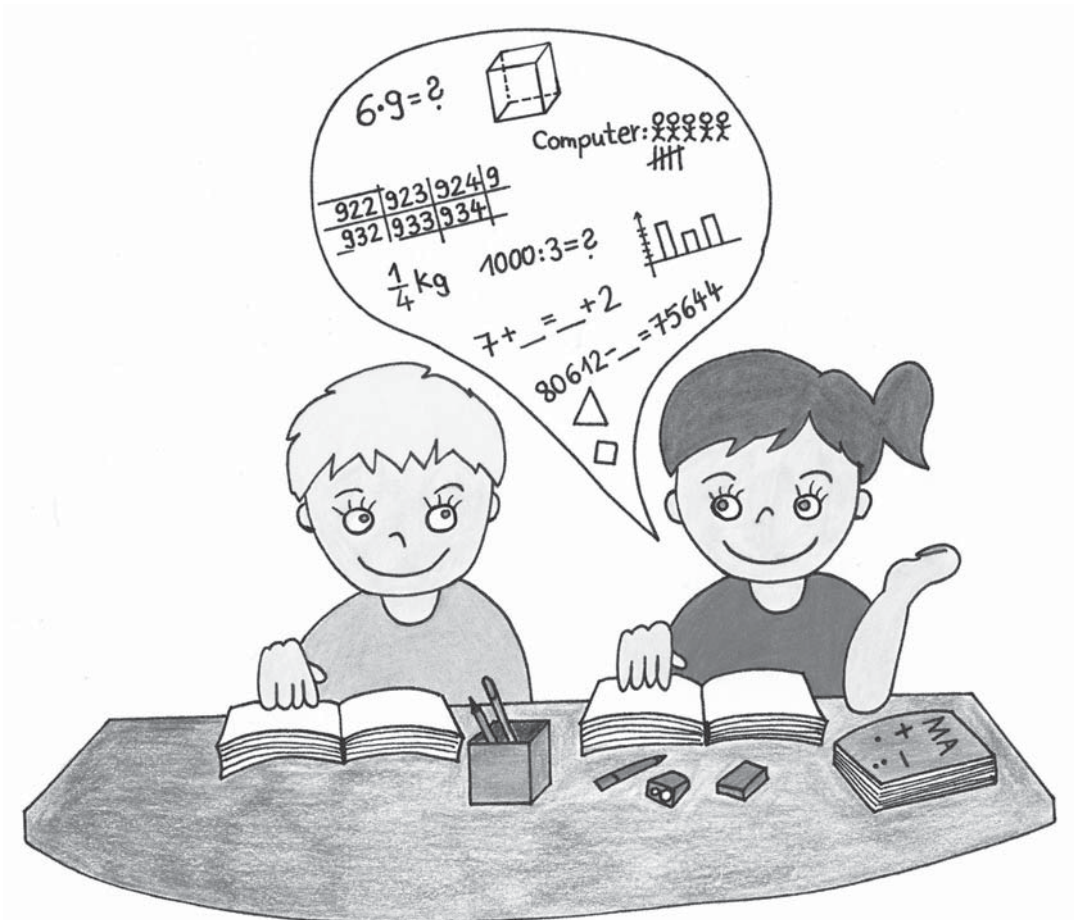
In diesem Buch sind im Rahmen der Beschreibung von zwei Lernangeboten Arbeitsergebnisse von FRIEDERIKE HERRMANN und JENNIFER GEBAUER berücksichtigt. Auch ihnen gilt unser besonderer Dank für die Durchführung entsprechender empirischer Studien.

Viel Freude mit diesem Buch wünschen

**FRANK HEINRICH, ANIKA JERKE UND
LARA-DENISE SCHUCK**

(Mai 2015)

Problemorientierter Mathematikunterricht – Theoretische Grundlagen –



0.1 Probleme

Stellen Sie sich vor, dass Sie Gäste erwarten. Diese haben wissen lassen, dass sie gerne bei Ihnen italienisch essen möchten und sich über ein Filetto al Barolo e Pinoli croccanti besonders freuen würden.

Sind Sie gelernte(r) Köchin (Koch), dann wissen Sie aller Voraussicht nach gleich, was es ist und was im Weiteren bei der Zubereitung zu tun ist (Abb. 0.1).



Abb. 0.1

Haben Sie hingegen keine oder wenig Erfahrung in diesen Dingen, werden Sie zusätzliche Überlegungen anstellen müssen, um das Gericht auf den Tisch zu zaubern. Vielleicht konsultieren Sie ein Kochbuch oder fragen Ihren Nachbarn oder suchen sich professionelle Unterstützung. In jedem Falle ist die Umsetzung des Gewünschten für Sie in irgendeiner Weise mit Schwierigkeiten verbunden (Abb. 0.2).



Abb. 0.2

Mit diesem Beispiel möchten wir zur Begrifflichkeit Problem hinführen. Eine auf ein Individuum bezogene Anforderung, deren Lösung zum gegenwärtigen Zeitpunkt mit Schwierigkeiten verbunden ist, soll *Problem* genannt werden. Wir sprechen dabei von der allgemeinen bzw. psychologischen Sichtweise eines Problems (vgl. z. B. DUNCKER 1935, DÖRNER 1976). Diese Sichtweise hat auch in der Mathematikdidaktik in großer Breite Einzug gehalten. Beispielsweise versteht DÜRSCHLAG (1983, S. 51) unter einem Problem eine Situation, die den Schüler vor eine mathematisch wesentliche Schwierigkeit stellt, für die er kein einfaches Lösungsverfahren (Schema, Plan, Regel, Formel) kennt und zu deren Bewältigung Einfälle und kreatives Verhalten erforderlich sind. ZIMMERMANN (1991, S. 14) charakterisiert ein Problem dadurch, dass dem damit befassten Schüler nicht sofort ein Weg zu dessen Lösung klar ist, dass es also eine gewisse (auch personenspezifische) Barriere gibt. Ähnlich gehaltene Begriffsbestimmungen findet man z. B. bei BRUDER / COLLET (2011) und bei PEHKONEN (1989).

Auch wenn diese Sichtweise in großer Breite akzeptiert ist, so soll doch nicht verschleiert werden, dass der Problembegriff mitunter auch als „Aufgabenstellung schlechthin“, für „textlich eingekleidete Anforderungen“, als Bezeichnung für jegliche Art „offener“ Aufgaben oder als (schwierige) Anforderung in realen fächerübergreifenden Situationen („PISA-Sicht“) benutzt wird (vgl. HEINRICH / BRUDER / BAUER 2015, S. 281). Das Wort Problem kann also eine viel weitergehende Bedeutung haben als bislang dargestellt. Dieser Fakt erschwert die Diskussion über Problemlösen.