

## Grundgedanken der Neubearbeitung

Das Ziel eines modernen Mathematikunterrichts in der Primarstufe ist nicht nur die Vermittlung inhaltlicher Kompetenzen, sondern in zunehmendem Maße auch die Ausbildung der prozessbezogenen Kompetenzen. Dem Erwerb der Fähigkeit zur expliziten Anwendung dieser beiden Arten von Kompetenzen liegt dieselbe Art von Lernprozess zugrunde, sodass eine didaktische Aufbereitung *beider* Gebiete geboten erscheint. Im Lehrmittelverbund „Das Mathebuch – Neubearbeitung“ werden sowohl die mathematischen Themen im Rahmen des selbst entdeckenden Lernens als auch die prozessbezogenen Kompetenzen im Rahmen des „Selbst-das-Lernen-Entdeckens“ aufbereitet.

### Lernpsychologische Grundlagen

Der ungestörte, natürliche Lernprozess, der dem Erlernen von Regelmäßigkeiten – und damit auch von mathematischen Zusammenhängen – zugrunde liegt, ist von Natur aus ein impliziter (also unbewusst stattfindender) Lernprozess. In unzähligen Untersuchungen wurde bestätigt, dass dem Erwerb einer neuen Strategie eine Phase der unbewussten Nutzung des betreffenden Regelwissens vorausgeht. Durch unerwartete Ereignisse, wie

- das Ergebnis früher zu kennen, als es die alte Strategie zulässt,
- das Gefühl der immer flüssigeren Beherrschung einer Technik,
- die Vermutung, dass ein Ergebnis falsch ist, bevor man es kontrolliert hat,
- die Sicherheit, ein richtiges Ergebnis zu erlangen, bevor man mit der Aufgabe fertig ist,
- den Eindruck, dass sich die Durchführung der Aufgabe abrupt beschleunigt hat,
- eine Aufgabe, die plötzlich den gewohnten Rhythmus unterbricht, weil sie nicht dieselben Randbedingungen aufweist wie die anderen Aufgaben, und
- viele andere möglichen Ereignisse

werden bei den Lernenden Suchprozessen ausgelöst, deren Ziel es ist, die Ursache dieser Ereignisse zu finden. Wenn ein plausibler Grund wie eine verborgene (und nur unbewusst wahrgenommene) Regelmäßigkeit oder eine neue (zunächst unbewusst angewandte) Lösungsstrategie erkannt wird, kann das unerwartete Ereignis auf diese attribuiert werden und ein Lernfortschritt hat sich manifestiert. Das neue Wissen wird somit stabil an altem Wissen und selbst gemachten Erfahrungen verankert.

Schulisches Lernen unterscheidet sich von den oben beschriebenen Lernprozessen vor allem dadurch, dass es zwischen Lehrperson und Lernendem sowie zwischen den Lernenden untereinander zur Kommunikation kommt. Werden durch diese Kommunikation Inhalte angesprochen, über die das Kind bereits implizit verfügt, so hat dieses ebenfalls den Rang eines unerwarteten Ereignisses, da hier ein eigentlich neuer (weil noch nie ausdrücklich angesprochener) Inhalt doch irgendwie bekannt und plausibel erscheint. Die Attribution erfolgt auf die vorab implizit wahrgenommenen Zusammenhänge, sodass hierdurch neues Wissen stabil mit bisherigen Erfahrungen verknüpft wird.

Verfügt ein an der Kommunikation beteiligtes Kind hingegen nicht über ausreichende Mengen an impliziten Vorerfahrungen bzw. Wissen, so kann die Erklärung nicht an eigenem Wissen festgemacht werden und der Lernprozess ist nicht stabil („Vorwegnahme-Effekt“).

### Situationsspezifische Konzepte und Generalisierung

Hat ein Kind in einer durch gewisse Parameter (Zahlenraum, Arbeitsmittel, Zusammenhänge der Zahlen untereinander usw.) definierten Aufgabenklasse Strategie- oder Strukturwissen erlangt, so bedeutet dies noch nicht, dass dieses Wissen problemlos auf andere Arbeitsmittel, andere Zahlenräume oder andere Zusammenhänge übertragen werden kann. Es existieren zunächst situationsspezifische Konzepte, die den kindlichen Erfahrungsbereich definieren. Erst durch weitere verwandte situationsspezifische Konzepte werden übergeordnete Zusammenhänge wie z.B. Rechengesetze, Lösungsverfahren oder Zahlzusammenhänge im Sinne übergeordneter (generalisierter) mathematischer Konzepte verstanden.

### Die Rolle der prozessbezogenen Kompetenzen

Einerseits kommen die prozessbezogenen Kompetenzen bei der Entwicklung situationsspezifischer Konzepte

und deren Generalisierung zum Einsatz, andererseits dient ihr Einsatz durch das Kind als Nachweis der expliziten Kenntnis von Zusammenhängen.

Ist bei einer Problemstellung kein Lösungsweg vorgegeben, so muss das Kind nach dem Erschließen der Aufgabe zunächst geeignete Ideen zum Umgang mit den in der Aufgabenstellung vorgegebenen Randbedingungen entwickeln. Dies geschieht entweder durch gezielten Transfer (bewusst gesteuert, insbesondere beim Modellieren) oder durch unbewusste Nutzung von Wissen („Kreativsein“). Im Zuge dieser Arbeit können mehr oder weniger systematisch Parameter variiert werden und bekannte Werkzeuge und Fertigkeiten eingesetzt werden. Die Variation der Parameter geschieht entweder von außen (Aufgabenserien) oder durch das Kind (operatives Üben, Problemlösen).

Wechsel in der Darstellung kennzeichnen sowohl den Transfer von Wissen aus anderen Situationen (beim Problemlösen, Modellieren oder der Anfertigung von Skizzen) als auch das Validieren von Ergebnissen.

Im Rahmen des ungestörten, natürlichen Lernprozesses treten die zum Argumentieren gehörenden prozessbezogenen Kompetenzen „Vermuten“, „Überprüfen“, „Folgern“ und „Begründen“ selten offen in Erscheinung. Sie werden meist implizit – also unbewusst – verwendet. Erst in der Partner- oder Gruppenarbeit wird ihr bewusster Einsatz notwendig. Dabei wird ihre Anwendung aber nicht explizit gefordert.

Die Ergebnisse eines Lernprozesses werden schlussendlich nicht nur durch die Fähigkeit zum Transfer auf neue Situationen manifest, sondern auch dadurch, dass die Kinder ihr Wissen in unterschiedlichen Formen kommunizieren können. Neben der schriftlichen oder mündlichen Darstellung von Strategien, Lösungswegen, Ergebnissen oder Zusammenhängen können dies bildliche Darstellungen oder enaktive Erklärungen durch aussagekräftige Beispiele sein.

### **Zahlverarbeitung im Gehirn**

Die Zahlverarbeitung im Gehirn findet in drei separaten, aber miteinander vernetzten Modulen (eng zusammenarbeitenden neuronalen Zellverbänden) statt. Dies sind das sprachlich-alphabetische, das visuell-arabische und das semantische Modul. Die Vernetzung dieser Module wird dadurch unterstützt, dass es oft zu einer gleichzeitigen Aktivierung der Module kommt. Je häufiger dies passiert, desto stabiler wird das Zahlwissen der Kinder.

Die Vernetzung des semantischen Moduls (Größenvorstellungen, Abschätzung von Anzahlen, Einordnung von Zahlen auf dem Zahlenstrahl etc.) mit den anderen beiden Modulen wird insbesondere durch die Handhabung von kardinal strukturierten Arbeitsmitteln unterstützt.

Die Vernetzung von sprachlich-alphabetischem und visuell-arabischem Modul hingegen ist für das spätere Verständnis der Stellenwertstruktur von Bedeutung.

Im Verlauf der Grundschulzeit werden aber auch zusätzliche Informationen in den Modulen gespeichert: So wird z. B. Faktenwissen wie das kleine Einmaleins oder das kleine Einpluseins im sprachlich-alphabetischen Modul gespeichert, die räumliche Organisation der Rechenverfahren im visuell-arabischen Modul. Auch deswegen ist eine gute Ausbildung und Vernetzung der Module durch anschauliche Grundlagenarbeit in der Mathematik von Bedeutung.

### **Umsetzung der Grundgedanken in „Das Mathebuch – Neubearbeitung“ in der Schuleingangsphase**

[Bei zitierten Seiten und zitierten Aufgaben der vorliegenden Lehrwerke wird oft auch folgende verkürzte Notation benutzt:

Schuljahr - Seite # Aufgabennummer(n). So bedeutet 2-55#1,3 also Aufgabe 1 und 3 auf Seite 55 in „Das Mathebuch 2 – Neubearbeitung“.]

Im Lehrgang „Das Mathebuch – Neubearbeitung“ wird den lernpsychologischen Grundlagen des Mathematiklernens besondere Beachtung geschenkt. Dies bedeutet, dass

- (1) der spiralförmige Aufbau der einzelnen Themen den Erwerb impliziten Wissens berücksichtigt,
- (2) einer höheren Anzahl von Spiraldurchläufen der Vorzug gegenüber längeren monothematischen Abschnitten gegeben wird,
- (3) Themen aus einem Bereich der inhaltsbezogenen Kompetenzen genutzt werden, um ein anderes Thema implizit vorzubereiten,
- (4) die Nutzung prozessbezogener Kompetenzen an vielen Stellen implizit ermöglicht wird,

- (5) Selbstkontrollen und spezielle Aufgabenserien so konstruiert wurden, dass die Entstehung unerwarteter Ereignisse begünstigt wird,
- (6) Arbeitsmittel in allen Erarbeitungs- und Übungsphasen eine wichtige Rolle spielen und
- (7) auf mehrere unterschiedliche Darstellungsformen für arithmetische Themen zurückgegriffen wird, die oft auf derselben Seite miteinander in Bezug gebracht werden.

**Zu (1):** Lange vor der eigentlichen Einführung eines Themas ermöglichen Aufgaben bereits die Anhäufung impliziten Wissens bzgl. dieses Themas. So werden z. B. der Maßzahlaspekt (z. B. 1-18#5, 1-31), alle vier Grundrechenarten (z. B. Addition und Subtraktion 1-15#1, Multiplikation 1-69#2,4, 2-59 und Division 1-95, 2-93#8b), die den heuristischen Strategien zugrunde liegenden Rechengesetze (z. B. 1-22#2) und die wichtigsten Grundelemente des Stellenwertsystems lange vorher in Aufgaben und in Aufgabenserien vorbereitet. Eine implizite Vertiefung zentraler Konzepte wie das Kardinalzahlverständnis (z. B. 1-25#2, 2-21#3c,4) und das Stellenwertsystem (z. B. 2-28#5, 2-44#2) findet ebenfalls statt, indem Kinder den Nutzen des Anzahlkonzepts und den Nutzen des Stellenwertsystems an vielen Stellen im Rahmen von Problemlöseprozessen selbst erleben können.

**Zu (2):** Dadurch bedingt müssen sich Kinder häufiger in ein Thema einfinden, wodurch der Lernerfolg stabilisiert wird.

**Zu (3):** Auch dies ist im Sinne einer impliziten Vorbereitung zu sehen. Hier wird gezielt z. B. ein Thema aus dem Bereich „Raum und Form“ eingesetzt, um die in einem arithmetischen Thema benötigte Denkweise anzubahnen bzw. zu unterstützen. Als Beispiele hierzu können z. B. die Vorbereitung des Verdoppelns und Halbierens (1-94/95) durch Experimente mit dem Spiegel und Symmetrie (1-92/93) oder die Vorbereitung des Formats „Rechentabellen“ (1-89) durch „Lagebeziehungen“ (1-88) herangezogen werden.

**Zu (4):** Im Verlauf des Lehrgangs „Das Mathebuch – Neubearbeitung“ lernen die Kinder zum Aufbau und zur Unterstützung des natürlichen Lernprozesses zunächst die prozessbezogenen Kompetenzen implizit zu nutzen, bevor ihre Nutzung schrittweise auch explizit gefordert wird. Zentrales Vehikel hierfür ist in der Schuleingangsphase die Partner- und Gruppenarbeit. Bis zum Ende der Grundschulzeit werden alle prozessbezogenen Kompetenzen so weit erarbeitet, dass Kinder sie nicht nur auf Anforderung hin einsetzen können, sondern als zentrale Werkzeuge des „Mathematik-Treibens“ begreifen.

**Zu (5):** Durch die Konstruktion von geeigneten Päckchen kann erreicht werden, dass Kinder vorzeitige Ergebnis-erwartungen ausbilden (z. B. 2-42#2), im Rechenrhythmus gestört werden (2-42#3), bei der Arbeit mit Arbeitsmitteln aufgrund der motorischen Arbeit ein Handlungsergebnis antizipieren, welches auf Regelmäßigkeiten hinweist (z. B. 1-38, 2-21#1) usw. Die Suche nach Gründen für die Irritationen ist, wie bereits erläutert, der Motor für die eigenständige Konzeptentwicklung.

**Zu (6):** In „Das Mathebuch 1 – Neubearbeitung“ und „Das Mathebuch 2 – Neubearbeitung“ sind die wichtigsten Arbeitsmittel solche, in denen die der verwendeten Zahl entsprechende Anzahl eine hervorgehobene Rolle spielt. Im Buch zum ersten Schuljahr ist dies das Zehner- bzw. Zwanzigerfeld, im 2. Schuljahr dann das Hunderterfeld. Rechengeld wäre z. B. als Darstellungsmittel aufgrund falscher Anzahlindrücke (23 ct, aber nur 3 Münzen) nur wenig als Anschauungsmittel geeignet.

**Zu (7):** Insbesondere schwächere Kinder neigen dazu, sich nur an einem Arbeitsmittel zu orientieren. Damit wird aber die Schaffung generalisierter mathematischer Konzepte behindert, da diese Kinder das Rechnen nur als symbolische Repräsentation der Arbeit mit einem Arbeitsmittel begreifen. Durch die Nutzung mehrerer Darstellungsmittel (z. B. 1-86#3, 2-24#1, 2-26#1) wird den Kindern einerseits ermöglicht, diejenige Darstellung, die für sie am besten geeignet ist, als Orientierungsbeispiel zu nutzen, andererseits aber auch die Generalisierung des betreffenden Konzepts angeregt. Die Generalisierung wird dadurch weiter begünstigt, dass Übungsaufgaben zu mehreren Darstellungsmitteln angeboten werden.

## a) Inhaltsbezogene Kompetenzen

Diese Grundlagen werden bezüglich der inhaltsbezogenen Kompetenzen in „Das Mathebuch – Neubearbeitung“ in der Schuleingangsphase wie nachfolgend beschrieben umgesetzt.

### Zahlaspekte

- **Kardinalzahlen:** Über verschiedene Tätigkeiten wie das Abzählen, Anfertigen von Strichlisten, Bündeln

im Zifferschreibkurs (Arbeitsheft), Umwandlung von Zahldarstellungen ineinander, das Erleben von Anzahlen mit verschiedenen Sinnen, konkreten Zahlzerlegungen bis zur Handhabung des Arbeitsmittels zur Erfahrung von Rechengesetzen lernen Kinder die Eigenschaften von Kardinalzahlen.

- **Maßzahlen / Skalenzahlen:** Implizite Vorbereitungen des Größenbereichs der Längen befinden sich bereits an vielen Stellen von „Das Mathebuch 1 – Neubearbeitung“ (z. B. 1-18, 1-31 und 1-32). Im 2. Schuljahr wird der Größenbereich der Längen dann sorgfältig eingeführt (2-14 bis 2-17) und später auf den Seiten 98 und 99 weiter ausgebaut. Im Rahmen von Sachaufgaben tritt der Größenbereich der Längen ebenfalls auf (z. B. 2-119#6). Der Größenbereich des Geldwerts wird im sechsten Kapitel des ersten Bandes eingeführt. Größenvorstellungen werden angebahnt und das Bezahlen thematisiert, während im darauffolgenden Kapitel das Bezahlen und das Ermitteln des Gesamtbetrags angegangen werden. Im achten Kapitel werden noch Rest- und Rückgeld thematisiert sowie das Bezahlen im Rahmen von gemischten Sachrechenformaten. Dieser Größenbereich wird dann im 2. Schuljahr passend zum Zahlenraum bis 100 ausgedehnt. Dabei dient das Thema „Geld“ zusätzlich zur Vertiefung der Einblicke in die Struktur des Stellenwertsystems (2-28). Der Aspekt der Uhrzeiten wird am Ende von „Das Mathebuch 1 – Neubearbeitung“ spielerisch eingeführt und im zweiten Band in zwei Spiralläufen aufgegriffen (2-48/49 mit ganzzahligen Uhrzeiten und 2-86/87). Besonderer Wert wird auch hier auf die Schaffung von Größenvorstellungen (Zeitspannen) und den Lebensweltbezug (Uhrzeiten) gelegt. Auch Zeitspannen werden im ersten Schuljahr ebenfalls spielerisch angebahnt (1-120/121) und im 2. Schuljahr eingeführt und ausgebaut (2-36/37, 2-49#7,8, 2-80#3,4, 2-87). Diese Kenntnisse werden im Rahmen von Sachaufgaben vertieft (z. B. 2-93#9,10).
- **Ordnungszahlen:** Implizite Vorerfahrungen machen die Kinder im ersten Band des vorliegenden Lehrwerks auf Seite 4, Seite 18#5,6 und auf den Zerlegungsseiten im Bereich der regelmäßigen Aufgabenreihen. Explizit werden Ordnungszahlen dann erstmals auf den Seiten 40 (Ordnungszahlen bis 10) und 68 (Ordnungszahlen bis 20) thematisiert. Der Zahlenstrahl, in welchem der Ordnungszahlaspekt neben dem Skalenzahlaspekt eine hervorgehobene Rolle spielt, wird als Rechenhilfe bzw. Darstellungsform ab Seite 83 genutzt. Auf den folgenden Seiten werden auch Bezüge zu kardinalen Darstellungen genutzt, auch um die Zahlaspekte im Sinne der Schaffung übergeordneter Zahlkonzepte miteinander zu verknüpfen (z. B. 1-84#3, 1-85#3).

### Zahlrepräsentationen

Im gesamten Lehrgang „Das Mathebuch – Neubearbeitung“ wird großer Wert auf vielfältige Darstellungen von Zahlen gelegt. Einerseits wird dies dadurch erreicht, dass die Kinder insbesondere in den Phasen der Erarbeitung neuer Zahlenräume dazu angehalten sind, unterschiedliche Zahldarstellungen ineinander umzuwandeln (z. B. 1-12, 1-70ff, aber auch 2-8ff), andererseits operieren die Kinder mit verschiedenen Arbeitsmitteln. Diese beiden genannten Punkte dürfen nicht getrennt voneinander gesehen werden, sondern stehen miteinander in Wechselwirkung.

### Stellenwertsystem

Um das Stellenwertsystem zu verstehen, müssen Kinder verschiedene Aspekte miteinander vereinen: den *Aspekt des Bündelns* (Große Mengen können schneller erfasst werden, wenn sie in kleinere, gleich große Gruppen unterteilt werden), den *Aspekt der additiven Zahlzerlegung* („vierundfünfzig“ ist 4 und 50, also  $50+4$ ) und den *Aspekt der Wiederholung von Strukturen* („41, 42, 43“ ist genauso aufgebaut wie „51, 52, 53“). Erst durch den flüssigen Umgang mit diesen Kenntnissen können Kinder eine funktionsfähige Vorstellung der Struktur des Zahlenraums bis 100 bekommen. Das flexible Vorwärts- und Rückwärtszählen, das Zählen in Schritten und der Größenvergleich von Zahlen werden erst durch die Synthese dieser Kenntnisse möglich.

**Zum Aspekt des Bündelns:** Der Aspekt des Bündelns zur schnelleren Zahlerfassung wird von Anfang an thematisiert. Sowohl das gewählte Arbeitsmittel (Zwanzigerfeld bestehend aus zwei Zehnerfeldern, die jeweils in zwei Fünferbereiche strukturiert sind) als auch die anderen gewählten Darstellungen (Strichlisten, Balken mit Fünferstruktur, Zahlenstrahl mit Hervorhebung der Zehner und Fünfer u.a.) bereiten die Auffassung größerer Zahlen in Zehnern und Einern vor. In weiteren Spiraldurchläufen werden die Zahlen von 10 bis 20

durch Zerlegung in volle Zehner und Resteiner aufgebaut, Analogieaufgaben eingeführt und die Addition mit Zehnerübergang durch Zerlegung thematisiert. Im 2. Schuljahr wird das Bündeln dann als Hauptmittel zur Zahlraumerweiterung eingesetzt (2-8, 2-9) und auch im Rahmen von Problemlöseprozessen eingesetzt (2-8#4,5). Der arithmetische Nutzen von Bündeln wird auch in der Vernetzung der Multiplikationsaufgaben und -reihen weiter erarbeitet. Das Arbeitsmittel für das 2. Schuljahr (Hunderterfeld) ist eine Erweiterung des Zwanzigerfeldes.

**Zum Aspekt der additiven Zahlzerlegung:** Die additive Zerlegung von Zahlen wird durch Zerlegungshäuser früh eingeführt. Aufbauend auf diesem Prinzip wird die Zerlegung der Zahl 10 intensiv trainiert. Die Erweiterung des Zahlenraums bis 20 greift dann auf diese Vorstellungsbilder zurück, indem die Zerlegung der Zahlen in einen Zehner und mehrere Einer hervorgehoben wird. Die Erweiterung des Zahlenraums bis 100 greift dann zentral auf dieses Prinzip zurück (2-8#3, implizit 2-8#4,5 und vernetzt auch die Sprechweise zweistelliger Zahlen mit der additiven Zerlegung. Auf die deutliche Aussprache der Zahlen wird – im Sinne des Triple-Code-Modells – besonderer Wert gelegt (2-9#5, 2-10). Viele Aufgaben dienen zudem dazu, dem Problem der Zahlendreher zu begegnen.

**Zum Aspekt der Wiederholung von Strukturen:** Nach der Einführung der Analogien zwischen erstem und zweitem Zehner (1-66#4, implizit auch 1-71#1) und Analogieaufgaben (1-84/85) wird dieser Aspekt im zweiten Band zunächst wieder implizit thematisiert (2-10#4,5), bevor dann bei der Darstellung von Analogieaufgaben die Wiederholung der Abfolge der Einer in den jeweiligen Zehnerbereichen explizit thematisiert wird (z. B. 2-24/25). Die hochstrukturierte Darstellung des Hunderterraums – die Hundertertafel – wird dann auf Seite 38 eingeführt. Weitere Rechenverfahren wie die schrittweise Addition greifen ebenfalls primär auf diese Struktur des Zahlraums zurück.

## Relationen

Implizit wird der Vergleich von Zahlen in „Das Mathebuch 1 – Neubearbeitung“ durch vergleichende Darstellungen wie Balken oder bündig abgebildete Arbeitsmittel bereits vor der Einführung der Begriffe „größer“, „kleiner“ und „gleich“ (1-32/33) vorbereitet. Mit der Erweiterung des Zahlenraums auf 20 werden diese Konzepte abermals explizit aufgegriffen und weiter entwickelt (1-71#2). Im zweiten Schuljahr werden die einzelnen Kenntnisse über die Stellenwertstruktur zeitnah mit dem Größenvergleich von Zahlen verknüpft (2-9#3,4, 2-13#2,5). Zusätzlich wird auch der Größenvergleich von Werten innerhalb einiger Größenbereiche thematisiert (Längen: implizit 2-14#3, explizit 2-98#5,6, Flächenmaße 2-125#2).

Das Thema Relationen wird zudem durch das Thema „Ungleichungen“ (2-32 und 2-115) spiralig erweitert.

## Zahleigenschaften, Zahlenfolgen

Die Eigenschaften „gerade“ und „ungerade“ werden bereits früh implizit vorbereitet (1-69, 1-77#5, 1-94/95) und explizit auf Seite 96 angegangen. Angeknüpft wird daran insbesondere im 2. Schuljahr im Bereich „Halbieren“ (S.79), wo die Kinder in Eigenarbeit die Eigenschaften gerader Zahlen entdecken können. Von Bedeutung sind hier auch die Quadratzahlen, die sorgfältig eingeführt werden (2-100).

Regelmäßig aufgebaute Zahlenfolgen werden ebenfalls thematisiert (z. B. 1-69). Mit der Einführung des Zahlenraums bis 100 im 2. Schuljahr erweitern sich hier die Möglichkeiten. Zahlenfolgen werden hier in verschiedenen Kontexten angesprochen: im Rahmen des Vorwärts- und Rückwärtszählens (z. B. 2-13#3), als Knobelaufgaben (z. B. 2-19#5), in Verbindung mit der Hundertertafel (2-38#4), aber auch zur Vertiefung (z. B. 2-43#3, 2-78#4) oder Vorbereitung (z. B. 2-62) anderer arithmetischer Themen.

## Operationsverständnis/Rechnen

Die Einführung der Rechenarten geschieht in „Das Mathebuch – Neubearbeitung“ grundsätzlich nach impliziter Vorbereitung. Bezogen auf die Rechenarten im Einzelnen:

**Addition und Subtraktion:** Bereits auf Seite 6 des ersten Bandes werden komplexere Situationen in Teilmengen zerlegt, welche abgezählt werden. Es folgt die Synthese von Teilmengen-Situationen zu Gesamtsituationen (1-7#3, 1-14#1). Die Handlungen des Wegstreichens und Hinzumalens bereiten die zeitlich sukzessiven Deutungen von Addition und Subtraktion implizit vor. Die Addition wird dann über Zerlegungen im

Sinne der Vereinigung von Teilmengen eingeführt. Hier tritt dann durch Lückenaufgaben bereits implizit die Subtraktion auf (1-20ff). Mittels Rechengeschichten wird auf Seite 36 dann die zeitlich-sukzessive Deutung der Addition eingeführt. Die Subtraktion im Sinne des Wegnehmens wird erstmals auf den Seiten 50 und 51 explizit eingeführt. Beide semantischen Strukturen von Addition und Subtraktion werden durch das Arbeitsmittel „Zehnerfeld“ unterstützt.

Im Rahmen von Übungen zu Zahlzerlegungen machen die Kinder erste Erfahrungen zu den Rechengesetzen (z.B. 1-22#2 oder 1-30#4), die mit den regelmäßigen Päckchen (1-38) weiter ausgebaut werden. Auf Seite 44/45 wird das Kommutativgesetz eingeführt, später das Prinzip der Umkehraufgaben (1-56), der Analogieaufgaben (1-84/85) und der Nachbaraufgaben (1-86/87). Alle Gesetze werden auf den Rechenkonferenzseiten (1-97 und 1-101) zusammengeführt. An der Einspluseins- und der Einsminuseins-Tabelle (S.114ff) wird das Prinzip der Nachbaraufgaben noch einmal in einem ganz anderen Gewand erfahrbar gemacht.

Die Darstellungsmittel „Zahlenstrahl“ (später auch der Rechenstrich) und „Hunderterfeld“ werden bei der Erarbeitung der Rechengesetze, die die Grundlage von Addition und Subtraktion zweistelliger Zahlen bilden, zumeist simultan eingesetzt. Nach einer Hinführung zur allgemeinen Zerlegbarkeit von Zahlen (2-20, 2-21) mittels des Hunderterfeldes entwickeln die Kinder Verständnis für die verschiedenen Analogiegesetze (2-24/25, 2-26/27). Über weitere Zwischenstufen wird nach der Einführung des Rechenstrichs (2-51) die allgemeine Addition (2-52) und die allgemeine Subtraktion zweistelliger Zahlen (2-70) entwickelt. Alle bisherigen Kenntnisse über die zwischen Addition und Subtraktion geltenden Rechenregeln fließen hier in die Rechenkonferenzen ein.

**Multiplikation und Division:** Streng genommen werden die ersten impliziten Anknüpfungspunkte dieser Rechenarten bereits in der ersten Klasse gelegt. Zählübungen mit interessanten Ergebnissen wie 1-25#2, Zahlenfolgen (1-69) und Bündeln (1-73#1,3) sind Instanzen, an denen unbewusst multiplikatives Denken angeregt wird, während bei „Verdoppeln/Halbieren“ (1-94/95) explizit multiplikative Strukturen angewandt werden.

Im zweiten Schuljahr werden dann bereits bei der Einführung des Hunderterraums räumlich-simultane Darstellungen der Multiplikation verwendet, ohne freilich die Begriffe zu verwenden. Durch die Handhabung der Zehner des Arbeitsmittels zur Erarbeitung der Addition und Subtraktion erfahren die Kinder bereits vor der expliziten Einführung der Multiplikation deren Eigenschaften wie das Distributivgesetz.

In „Das Mathebuch 2 – Neubearbeitung“ wurde die Hinführung zur Multiplikation neu gestaltet. Aus der Notwendigkeit in vielen Sachsituationen, gleiche Zahlen zu addieren, leiten die Kinder den Sinn ab, für ebendiese besondere Kettenaddition eine neue Bezeichnung einzuführen (2-58/59). Nach der sprachlichen Einführung von Bezeichnungen wie „4-mal“ (etc.) folgen Beispiele zu verschiedenen semantischen Strukturen der Multiplikation. Die Multiplikation mit der Null wird dabei auf natürliche Weise mit berücksichtigt. Bevor die Reihen thematisiert werden (ab 2-63), wird mit dem „Zählen in Schritten“ (2-61) ein weiterer Zugang zur Multiplikation aufgebaut. Hier werden auch erste implizite Vorbereitungen für die Division eingebaut (2-62#4,6), die insbesondere Problemlöseprozesse beabsichtigen.

Die Erarbeitung der Reihen des kleinen Einmaleins (im zweiten Band auf den Seiten 63-65, 78/79, 84/85, 88-91, 96/97 und 100-102) steht ganz im Lichte der Vernetzung von Aufgaben. Die Reihen werden mit diversen Anschauungen in Bezug zueinander gesetzt. Die Eigenschaften der Multiplikation ermöglichen hier viele Aufgaben, in denen die prozessbezogenen Kompetenzen geschult werden können. Verdoppeln und Halbieren im Zahlenraum bis 100 werden in dieses Programm mit eingebunden.

Die Division wird während des gesamten Programms zur Multiplikation im kleinen Einmaleins nur implizit thematisiert, sei es durch Lückenaufgaben (z.B. 2-63#9,10, 2-84#6) oder durch Problemlöseaufgaben (z.B. 2-93#8b, 2-97#4). Die Einführung der Division geschieht durch die enaktive Arbeit mit Material und nachfolgend ikonische Notation, wobei Aufteil- und Verteilsituationen separat behandelt werden (2-104, 2-105). Erst mit der Erklärung, warum beide unterschiedliche Tätigkeiten (also Auf- und Verteilen) mit ein- und derselben Rechenart beschrieben werden können, wird das Geteilzeichen eingeführt. Die Trennung nach Auf- und Verteilsituationen wird auch bei der Einführung der Division mit Rest (2-112/113) berücksichtigt.

Das **schnelle Kopfrechnen** wird im ersten Schuljahr nicht ausdrücklich thematisiert. Der Schwerpunkt des Lehrgangs liegt im ersten Schuljahr auf dem Aufbau sicherer Vorstellungsbilder bezüglich der wichtigsten

heuristischen Strategien des Kopfrechnens. Diese Verfahren werden kennengelernt und separat bis zur Geläufigkeit geübt. Die sichere Kenntnis der Strategien ist die wichtigste Voraussetzung für Kompetenz bei der individuellen Auswahl der am besten geeigneten Strategie durch das jeweilige Kind für die jeweilige Aufgabe. Die Zeitdauer von Strategiewahl und Ausführung der Strategie beeinflusst nachgewiesenermaßen die Qualität der Automatisierung der Aufgaben des kleinen Einpluseins (und des kleinen Einmaleins).

In „Das Mathebuch 2 – Neubearbeitung“ werden dann die wichtigsten Techniken zur Automatisierung des kleinen Einpluseins weiter geübt, wodurch die vollständige Automatisierung beabsichtigt wird (z.B. 2-24#4, 2-25#5).

Die Automatisierung der Kernaufgaben des kleinen Einmaleins und die sichere Ableitung der Sätze des kleinen Einmaleins aus diesen Kernaufgaben ist wiederholt Thema im zweiten Band des vorliegenden Lehrwerks (2-64, 2-65, 2-90#3, 2-91#6,7, 2-96, 2-102). Außerdem wurde große Sorgfalt auf eine eingängige, anschauliche und mit viel Eigenarbeit seitens der Kinder verbundene Vernetzung innerhalb der Aufgaben und Reihen des kleinen Einmaleins verwendet, sodass nicht nur Kernaufgaben, sondern auch andere Aufgaben zur Automatisierung des kleinen Einmaleins in der 3. und 4. Klasse beitragen können.

Voraussetzung für das schnelle Kopfrechnen ist grundsätzlich die Entlastung des Arbeitsgedächtnisses durch Automatisierung von Teilschritten und eine mühelose mentale Repräsentation der Zahlen. Eine *nachhaltige* Automatisierung aller mathematischen Inhalte ist jedoch auf das *Verständnis* der zugrunde liegenden Gesetzmäßigkeiten bzw. einen schnellen Abruf der beteiligten Zahlzusammenhänge angewiesen.

Außerhalb des Übens spezieller Rechentechniken wird den Kindern freigestellt, welche Teilschritte sie im Kopf rechnen und welche Teilschritte sie auf einem Hilfszettel (Einführung 2-55#1) als Nebenrechnungen notieren. Dies ist eine druckfreie Motivation für Kinder, zur Zeitersparnis Aufgaben im Kopf zu rechnen. Die Drucksituation des *schnellen Kopfrechnens* hingegen bindet bei ängstlichen Kindern und bei schwachen Rechnern so viel Aufmerksamkeit, dass hier schlechte Leistungen auftreten, welche die gesamte Motivation im Mathematikunterricht herabsetzen.

Der Forderung nach schnellem Kopfrechnen wird also auch durch die sorgfältige Aufbereitung der für das Rechnen zentralen arithmetischen Zusammenhänge und die Freistellung der Rechenwege nachgekommen.

Den beiden Werken „Das Mathebuch 1 – Neubearbeitung“ und „Das Mathebuch 2 – Neubearbeitung“ liegt jeweils ein innovativer Kopfrechentainer bei. Der Kopfrechentainer des ersten Bandes ermöglicht die Berechnung der Aufgaben des kleinen Einpluseins und Einminuseins, wobei den Kindern anschaulich das Prinzip der Nachbaraufgaben vor Augen geführt wird. Der Kopfrechentainer zum zweiten Band ermöglicht hingegen ein facettenreiches Training des kleinen Einmaleins und seiner Umkehrung.

### **Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten**

Das Sammeln und Darstellen von Daten wird in der ersten Klasse bereits durch die Zählübungen mit Strichlisten angebahnt. Einfache Balkendiagramme als Darstellungsmöglichkeit erfasster Daten werden auf Seite 31 gezeichnet. Sie werden im Umfeld dieser Seiten mit den säulendiagrammartigen Darstellungen des Größenvergleichs von Kardinalzahlen in Verbindung gebracht. Erste Aufgaben zur Kombinatorik, die die Anbahnung einer erschöpfenden Suchweise beabsichtigen, gibt es auf Seite 74. Die Kombinatorik wird in „Das Mathebuch 2 – Neubearbeitung“ auf der Doppelseite 108/109 fortgeführt. Hier wird nach der Systematisierung der Suche aller Kombinationen (2-108) auf Seite 109 angestrebt, dass Kinder die Multiplikation als Methode zur Berechnung der Anzahl von Möglichkeiten kennenlernen.

Die Darstellung von Aufgaben aus dem arithmetischen Bereich in Tabellenform (Einführung 1-89) sowie die Arbeit mit Tabellen (Einpluseins-Tabelle, 1-114ff) trainiert bei Kindern die Fähigkeit, aus Tabellen Daten zu entnehmen. Diese Fähigkeit ist sehr wichtig für die Einführung des Konzepts der Wahrscheinlichkeiten, da hier das Tabellenlesen nicht mehr zu große Ressourcen an Aufmerksamkeit binden sollte. Die Einführung von Wahrscheinlichkeiten und einfacher statistischer Maße erfolgt im zweiten (2-126/127) bzw. dritten Jahr des Lehrgangs.

### **Raumorientierung**

Wie auch die Arithmetik, wird die Raumorientierung aus dem Erfahrungsbereich der Kinder heraus spiralförmig aufgebaut. Nachdem die Unterscheidung zwischen links und rechts eingeführt und geübt wurde,

werden die Konzepte wie oben und unten, rechts und links spielerisch trainiert. Später werden diese Themen im Rahmen „Wege“ (1-82) und „Lagebeziehungen“ (1-88) wieder aufgegriffen und vertieft. Zur Einführung der Hundertertafel werden diese Konzepte wieder aufgegriffen (2-38/39). Weitere Begriffe werden dann auf Seite 75 des zweiten Bandes thematisiert. Der Bereich „Raumorientierung“ wird durch die Arbeit an Ansichten von Würfelgebäuden ergänzt. Das Hantieren mit Flächenformen wird schließlich auf den Seiten 122 bis 125 aufgegriffen.

Die räumlichen Konzepte – insbesondere rechts und links – werden sehr häufig auch in arithmetischen Zusammenhängen implizit benötigt und trainiert (Ordnungszahlen, Zahlenstrahl etc.).

### **Formen und Körper**

Körper treten als Objekte der Lebenswirklichkeit von Anfang an als Zähl Anlass auf (z.B. 1-6,7), ebene Figuren nur wenig später (1-12#1). Bei der Bearbeitung von Aufgaben werden ebene Figuren außerdem als Markierungen von Aufgaben oder Positionen verwendet (z.B. 1-9, 1-14#1,2). In dieser Präsentationsform werden so erste implizite Erfahrungen auf der untersten van-Hiele-Stufe ermöglicht. Zudem treten Körper – insbesondere Würfel und aus Steckwürfeln zusammengesetzte Gebilde zwischendurch immer wieder als Veranschauligungsmittel auf (z.B. 1-7, 11-32).

Die Flächenformen Kreis, Quadrat, Rechteck und Dreieck werden auf Seite 25 im ersten Band eingeführt und durch Auslegeaufgaben vertieft, spiralförmig auf Seite 111 und 112 wieder aufgegriffen. Hier wird bereits die erste van-Hiele-Stufe angebahnt, auf welcher dann im zweiten Band auf den Seiten 22 und 23 erste Formeneigenschaften und die ersten speziellen Vierecke eingeführt werden. Die Inklusionsbeziehung zwischen der Menge der Quadrate und der Menge der Rechtecke wird ebenfalls thematisiert. Umfang und Flächeninhalt runden das Thema für die Schuleingangsstufe ab (2-122 bis 2-125).

Das Thema Körper findet seine explizite Einführung nach den impliziten Vorerfahrungen im ersten Schuljahr auf den Seiten 126 und 127. Hier lernen die Kinder die wichtigsten Körper kennen und beziehen ihre Form auf Gegenstände aus der Lebenswirklichkeit. Der Sinn der Eigenschaften von Körpern wird hinterfragt. Ein spiralförmiger Aufbau des Themas wird erst im Zusammenhang mit dem zweiten Band des Lehrgangs erkennbar. Begriffe zur Beschreibung der Eigenschaften werden eingeführt, Gemeinsamkeiten von Quadern und Würfeln thematisiert und die Inklusionsbeziehungen herausgearbeitet (2-56). Im Rahmen eines Stationenlernens erarbeiten sich die Kinder nachfolgend Kenntnisse zu weiteren Körpern, indem sie mit diesen auch experimentieren.

### **Weitere Themen aus „Geometrie und Raumerfahrung“**

Freihandzeichnung und Fortsetzung von Band- und Flächenornamenten runden den Bereich „Geometrie“ ab. Dabei werden diese Unterthemen ebenfalls in der Schuleingangsphase mehrfach – auch implizit – aufgegriffen. Erstes Freihandzeichnen findet im Rahmen der Hefteinträge statt, solange noch nicht mit Buchstaben zur Kennzeichnung der Teilaufgaben gearbeitet wird (also in den ersten vier Kapiteln des ersten Bandes). Auch bei vielen arithmetischen Übungen werden ikonische Notationen verlangt. Hierdurch wird ebenfalls eine übersichtliche zeichnerische Darstellung eingeübt (z.B. 1-20, 1-32#2 usw.). Explizit wird das Zeichnen dann auf den Seiten 62 und 63 im Rahmen von Musterfortsetzung und Bandornamenten verlangt, auf Seite 111 bei der Arbeit mit dem Geobrett. Im 2. Schuljahr wird das Freihandzeichnen erstmals explizit eingeführt. Hier zeichnen die Kinder die ihnen bekannten geometrischen Figuren freihändig auf unliniertes und auf Kästchenpapier (2-68).

Das Thema „Spiegelsymmetrie“ wird auf S.92 und 93 handlungsorientiert eingeführt. Es wird direkt im Anschluss aufgegriffen, um das Prinzip des Verdoppelns von Zahlen zu stützen. Verschiedene Tätigkeiten rund um die Herstellung symmetrischer Figuren führen die Schülerinnen und Schüler dann im zweiten Jahr der Schuleingangsphase aus (2-76/77). Diese Doppelseite ist dem arithmetischen Thema „Verdoppeln und Halbieren zweistelliger Zahlen“ vorgeschaltet, welches so gestaltet ist, dass die Kinder auch hier die Konzepte der Symmetrie einsetzen können, um sich dieses neue Thema zu erarbeiten.

## b) Prozessbezogene Kompetenzen

Genauso wie die inhaltsbezogenen Kompetenzen kann man den Lernstoff „prozessbezogene Kompetenzen“ im Rahmen eines Lehrgangs vermitteln. Dies bedeutet, dass den Kindern Gelegenheit gegeben werden muss, implizite Vorerfahrungen im Umfeld der prozessbezogenen Kompetenzen zu machen, die sie nach und nach reflektieren und/oder anwenden lernen.

### Problemlösen

Im Rahmen des gesamten Lehrgangs „Das Mathebuch – Neubearbeitung“ wurde darauf geachtet, dass Kinder genügend Freiraum erhalten, eigene Ideen zu verwirklichen. Dies bezieht sich insbesondere auf die Möglichkeit, eigene Aufgaben zu erfinden. Hierdurch wird dem Kind einerseits im Sinne der Selbstdifferenzierung ermöglicht, sich sein eigenes Leistungsniveau zu definieren, andererseits gibt dies der Lehrperson auch die Gelegenheit zu sehen, wie das Kind die Art der betreffenden Aufgabenstellung interpretiert, und daher auch, Fehlverständnisse frühzeitig aufzudecken. Ferner werden Aufgabenstellungen häufig umgekehrt, um Problemlöseverhalten herauszufordern und mathematische Zusammenhänge bewusst zu machen.

Neu sind in „Das Mathebuch – Neubearbeitung“ die Seiten „Nachdenken und Vertiefen“. Hier bekommen Kinder die Gelegenheit, an Aufgaben das gesamte Spektrum des mathematischen Problemlösens auszuprobieren, ohne dass dabei die schwächeren Schülerinnen und Schüler ausgegrenzt werden. Mehrere Knobelseiten und Knochecken ergänzen das Konzept, zusätzliche Möglichkeiten zum Erwerb der in diesem Abschnitt angesprochenen Kompetenzen anzubieten.

Allgemeine Methoden, Aufgabenstellungen anzugehen, werden im ersten Schuljahr im Sinne des impliziten Lernens nicht vermittelt. Das Variieren von Daten und das Erfinden von geeigneten Aufgaben werden separat innerhalb des Lehrgangs thematisiert, aber nicht auf die Bearbeitung von anspruchsvollen Aufgaben bezogen.

### Modellieren

In der Neubearbeitung von „Das Mathebuch“ wurde großer Wert auf den Aufbau des Sachrechenlehrgangs gelegt.

Bereits vor dem eigentlichen Rechnen finden Angleichungsübungen (1-17) statt, die Realbezug aufweisen. Hier bieten sich weitere Diskussionsanlässe.

Nach der Einführung von Zerlegungen, der Addition und der Subtraktion gibt es erste Übungen zum Realbezug an eingekleideten Aufgaben. Dies ist aber aus Gründen der Aufmerksamkeitssteuerung sinnvoll, damit die Rechenarten leichter mit Handlungen bzw. Situationen identifiziert werden können. Über verschiedene Formate – auch mithilfe eingekleideter Situationen – wird das Modellieren weiter angebahnt. Um nach und nach komplexere Situationen mathematisieren zu können, benötigen die Kinder ein gewisses Maß an Automatisierung in der Zuordnung von Rechenarten zu Situationen, das auf diese Weise am effektivsten erreicht werden kann.

Das Modellieren – als Gesprächsanlass – wird erstmals zur anwendungsorientierten Fortentwicklung des Stoffes eingesetzt (Ergänzen, 1-39, später Tauschaufgaben, 1-44, Umkehraufgaben, 1-56). Auf Seite 40 (Aufgabe 4) ist dann ein sehr offener Anlass zum Modellieren zu sehen. Echtes Modellieren – im Sinne von Flexibilität in der Interpretation von Bildern – wird auf Seite 58 erstmals trainiert. Hier lernen Kinder früh, dass Realsituationen nicht immer unbedingt genau eine gültige Interpretation besitzen.

Durch die Einführung des Themas „Geld“ wird das Themenspektrum für Aufgaben aus dem Bereich „Sachrechnen“ dann deutlich größer. Nach den üblichen Übungen zur Einführung – darunter auch eingekleidete Aufgaben zum Thema „Bezahlen“ – gibt es im achten Kapitel von „Das Mathebuch – Neubearbeitung“ Sachaufgaben aus der Lebenswirklichkeit der Kinder. Hier wird das klassische Muster „Frage-Rechnung-Antwort“ implizit eingeführt. Das Modellieren findet zunächst auf ikonischem Niveau statt, wobei eine Übertragung auf das symbolische Niveau gefordert ist.

Den Abschluss des Sachrechenlehrgangs in „Das Mathebuch 1 – Neubearbeitung“ bildet eine an ein Wimmelbild angebundene Aufgabenserie, in der alle Aspekte des Modellbildungskreislaufs gefordert sind.

Im 2. Schuljahr wird der Sachrechenlehrgang fortgesetzt. Nach der Einführung des Größenbereichs der Län-

gen (2-14 bis 2-17), der Vertiefung des Themas „Geld“ (2-28 und 2-74) und der Einführung der Uhrzeiten und Zeitspannen sowie der in der Lebenswirklichkeit zu diesen Themen auftretenden Standardsituationen wird das bekannte „Frage-Rechnung-Antwort“-Schema zur Lösung von Sachaufgaben unter den Bezeichnungen „Frage“, „Lösungsweg“ und „Antwort“ eingeführt. Dies signalisiert den Kindern im Sinne des flexiblen Lösens von Sachaufgaben, dass es außer der symbolischen Lösungsmethode (Rechnen) weitere, gleichwertige Möglichkeiten zur Bearbeitung von Sachaufgaben gibt (2-118/119). Hier wird ebenfalls die Entnahme von Informationen aus Tabellen und anderen Darstellungen thematisiert. Auch das Abschätzen von Werten zur Beschaffung von Zahlen wird eingeführt. Alle Kenntnisse der Schülerinnen und Schüler bezüglich des Sachrechnens werden auf den Seiten 128 und 129 noch einmal zusammengefasst.

Sachrechnungssituationen werden auch im zweiten Band zur Entwicklung neuer mathematischer Konzepte eingesetzt. So ist insbesondere die neue Hinführung zur Multiplikation auch gleichzeitig eine Seite, auf der die Kinder eigenständig Aufgaben modellieren und die Idee entwickeln können, die Anzahl gleicher Summanden zu bestimmen (2-58/59).

### **Argumentieren**

Wie im Abschnitt „Grundgedanken der Neubearbeitung“ beschrieben, gehören die Kompetenzen des Bereichs „Argumentieren“ zu den elementaren Bestandteilen des Lernprozesses. Zumeist laufen sie implizit ab. Wie auch beim Erwerb der mathematischen Konzepte sollten Kinder vor der ausdrücklichen Einführung dieser Kompetenzen über ein größeres Maß an (impliziter) Erfahrung bezüglich ihres Einsatzes verfügen.

Aufgrund der Wichtigkeit impliziter Prozesse wird darauf verzichtet, die Nutzung der prozessbezogenen Kompetenzen im ersten Schuljahr explizit zu fordern. Aussagen der Art „Mir fällt etwas auf“ oder Fragezeichen in einer Gedankenblase geben hingegen denjenigen Kindern, die an dieser Stelle bereits explizierbare Gedanken zu verdeckten Regelmäßigkeiten haben, den Hinweis, dass die Kompetenzen im Bereich des Argumentierens zum Einsatz kommen könnten.

In der Neubearbeitung von „Das Mathebuch“ wird auch bei vielen arithmetischen Themen Partner- oder Gruppenarbeit ermöglicht. Hiermit werden die Kinder zur Nutzung des „Argumentierens“ gebracht, ohne dass die impliziten Effekte des Lernens gestört werden.

Im zweiten Band des vorliegenden Lehrwerks werden zunehmend auch anspruchsvolle Aufgaben in Partnerarbeit gestellt, bei denen es um die gemeinsame Entwicklung mathematischer Ideen oder die Entdeckung mathematischer Zusammenhänge geht (2-62#5, 2-64#3, 2-100#6).

### **Darstellen/Kommunizieren**

Eines der Grundprinzipien in „Das Mathebuch – Neubearbeitung“ ist der Wechsel zwischen den Darstellungsebenen. Rechnungen werden auf enaktiver oder ikonischer Ebene durchgeführt und ikonisch und/oder symbolisch notiert. Bezogen auf die Nutzung von Darstellungsmöglichkeiten wird in „Das Mathebuch“ ebenfalls das Spiralprinzip angewandt.

Das Kooperieren und Kommunizieren wird aufgrund der Partner- und Gruppenarbeit durch das Lehrwerk stark gefördert.

Die Präsentation eigener Lösungswege erfolgt im ersten Band nur mündlich oder durch unaufgeforderte Veranschaulichungen. Der Darstellungswechsel (von mental zu ikonisch, auf ein bestimmtes Arbeitsmittel oder auf das symbolische Niveau) als bewusst eingesetzte Technik im Rahmen der Kommunikation wird im ersten Schuljahr nicht initiiert. Hier gilt es – nicht zuletzt aus diagnostischen Gründen – auf spezifische Übertragungsformate, die von manchen Kindern nur schematisch geleistet werden, zu verzichten. Ein unaufgeforderter Darstellungswechsel ist ein sicherer Nachweis von echtem Verständnis.

Im zweiten Band wird das Darstellen/Kommunizieren an vielen Stellen explizit gefordert. Die Vorstellung eigener Lösungswege in den Rechenkonferenzen (z. B. 2-53, 2-70), die Begründung von Zusammenhängen (z. B. 2-100#6, 2-101#4) und die Kommunikation unter Verwendung von Fachbegriffen (z. B. 2-75#3,4) sind Beispiele hierfür.

Auch im zweiten Band wird weiterhin mit Aufgaben und Situationen gearbeitet, in denen die Kinder unaufgefordert (im Sinne von Hans Freudenthal) auf Darstellungswechsel (auch das Verbalisieren!) zurückgreifen.

### c) Schülerorientierung

Die Neubearbeitung von „Das Mathebuch“ ist in vielen Bereichen modernisiert worden. Durch Hinzunahme weiterer Themen, die im Interesse der heutigen Kinder sind, wird eine ansprechendere Umsetzung realisiert. Die Themen „In der Klasse“, „Im Zoo“, „Pausenhof“, „Klassenfrühstück“, „Spielplatz“, „Bauernhof“, „Schwimmfest“, „Schulgarten“ und viele andere sind ansprechend und interessant illustriert, ohne vom Wesentlichen abzulenken.

Durch die neuen Themen sind auch neue Möglichkeiten entstanden, Kinder auf der enaktiven und ikonischen Ebene an ihre Erfahrungshorizonte anknüpfen zu lassen. Dies wird nicht nur als Quelle glaubwürdiger Aufgaben genutzt, sondern auch zur Einführung wichtiger arithmetischer Inhalte und Prinzipien.

Die Hinführung zu den Themen ist neu gestaltet worden – meistens über aussagekräftige Illustrationen. Dadurch ist es dem Kind sogar möglich, sich selbst den neuen Inhalten zu nähern. Die Illustrationen können als stummer Impuls eingesetzt oder über verschiedene Sozialformen angegangen werden. Die einzelnen Aufgabenformate werden über Lösungsbeispiele oder mittels illustrierter Erklärungen eingeführt. Sie ermöglichen im gesamten Buch, mit Ausnahme der Aufgaben, die für Partner- oder Gruppenarbeit gedacht sind, eigenständiges Arbeiten und Nacharbeiten.

Spielerische Aktivitäten werden an vielen Stellen integriert. Insbesondere die geometrischen Themen sind hierfür geeignet. Spielerische Aktivitäten werden aber auch im Bereich Sachrechnen (Geld, Uhr, z. B. 1-120/121) und im arithmetischen Bereich (1-100#1, 2-9#5, 2-39#7, 2-60#1 u.v.m.) angeboten. Eine Einführung eines Themas mittels eines Spiels befindet sich auf Seite 126 und 127 des zweiten Bandes: Wahrscheinlichkeiten.

### d) Weitere didaktische Elemente

Im Lehrgang „Das Mathebuch – Neubearbeitung“ werden viele Aufgaben angeboten, die den Kindern ermöglichen, auf ihrem eigenen Leistungsniveau zu arbeiten. Dabei wird vor allem auf Aufgabenstellungen zurückgegriffen, die selbstdifferenzierend sind. So kann jedes Kind Lösungen erhalten, die für es selbst zufriedenstellend sind (z. B. 1-40#4, 1-69#3, 1-74#2 oder 1-111, 2-6#4, 2-20, 2-60#4 oder 2-79#5c, sowie viele weitere Aufgaben, insbesondere Aufgaben aus den „Nachdenken-und-Vertiefen“-Seiten und den Knobelseiten sind hier zu nennen). Weitere ergiebige Aufgaben sind in dem zum Programm gehörenden Arbeitsheft und den Differenzierungsheften „Das Förderheft 1“ und „Das Förderheft 1“ enthalten.

Beziehungsreiche Übungsformate sind ein wichtiger Bestandteil von „Das Mathebuch – Neubearbeitung“. Ihre Nutzung wurde im Sinne des Selbst-Erfahrens von Lernprozessen weiter ausgebaut.

Zur Verbesserung der Lernprozesse (direkte Rückmeldung über richtig und falsch gerechnete Aufgaben verbunden mit einer Darstellung, die eine direkte Attribution von Rechenergebnissen auf die Struktur der Zahlenreihe ermöglicht) und zum Trainieren des Rechnens liegt dem Schülerbuch ein innovativer Kopfrechentainer bei.

### e) Differenzierung

Differenzierung findet in der Neubearbeitung des Mathebuchs unter anderem statt

- durch Aufgabenstellungen, die Eigenproduktion erfordern,
- durch die Knobelseiten, Knochecken und die „Nachdenken-und-Vertiefen“-Seiten,
- durch „Das Förderheft“ (Differenzierung nach unten) und „Das Förderheft“ (Differenzierung nach oben)
- mithilfe zusätzlicher Kopiervorlagen aus dem Lehrerhandbuch.

Im ersten Band stellen die im zweiten Spiegelpunkt erwähnten Seiten den Bearbeitungsfreiraum im Lehrwerk dar, je nach Entscheidung der Lehrperson auch die Aufgaben zur Eigenproduktion. Alle anderen Aufgaben im ersten Band sind obligatorisch, sofern dieses nicht im Lehrerhandbuch anders verzeichnet ist.

In „Das Mathebuch 2 – Neubearbeitung“ wurde ein weiteres Symbol eingeführt, mit welchem den Kindern der Bearbeitungsfreiraum signalisiert wird. So gibt es auf nahezu jeder Seite Aufgaben, die als „freiwillige“ Aufgaben gekennzeichnet sind. Es handelt sich bei diesen Aufgaben ausdrücklich nicht immer um schwierige

gere Aufgaben, sondern oft auch einfach um zusätzliche Aufgaben. Damit soll auch schwächeren Rechnern die Gelegenheit gegeben werden, sich zusätzlichen Aufgaben zu nähern.

Für die Kinder werden anspruchsvollere Aufgaben durch die Farbe der Aufgabennummer hervorgehoben.

## f) Leistungsüberprüfung, Diagnose, Reflexion des eigenen Lernprozesses

Die Leistungsüberprüfung erfolgt bei „Das Mathebuch – Neubearbeitung“ in der Regel durch Lernzielkontrollen, die im Lehrerhandbuch enthalten sind. Hierzu gibt es auch einen Diagnosebogen für die Schüler, sodass die Lehrperson die Möglichkeit hat, die Schüler auf Basis ihrer gezeigten Leistungen gezielt differenziert zu fördern. Über den Umfang dieser Lernzielkontrollen hinaus geht „Das Mathe-Lernstands-Paket 1“. Hier findet die Lehrperson neben frei kombinierbaren Lernzielkontrollen in drei Leistungsniveaus und mit unterschiedlichen Verteilungen der Anforderungsniveaus ein umfassendes diagnostisches Auswertungssystem, welches selbst von fachfremd unterrichtenden Lehrkräften ergiebig eingesetzt werden kann. Ergänzt wird das Mathe-Lernstands-Paket durch didaktische Hinweise zum Umgang mit den spezifischen diagnostizierten Problemen der Kinder. Die Förderung kann unproblematisch geplant, dokumentiert und ausgewertet werden.

Wie auch das Erlernen der inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen ist das Verstehen-Lernen und Lenken-Lernen des eigenen Lernprozesses das Ergebnis eines eigenen Lernvorgangs. Diese Fähigkeit soll von den Kindern, wie auch die vorgenannten Kompetenzen, im Verlauf der ersten vier Schuljahre erworben werden.

Bis zum Ende der Schuleingangsphase sind in „Das Mathebuch – Neubearbeitung“ folgende Punkte vorgesehen:

1. Der eigene Lernprozess wird implizit erfahren. Seine Existenz wird über den festgestellten Lernzuwachs bewusst gemacht.
2. Das Kind beurteilt vor der jeweiligen Lernkontrolle seine eigene Leistung subjektiv. Diese Bewertung vergleicht es mit der (objektiven) Bewertung der Lehrperson.
3. Das Kind entwickelt ein Bewusstsein dafür, dass sich das Ergebnis eines Lernprozesses auch an mündlichen Äußerungen erkennen lässt.

Der erste Punkt wird über die „Üben-und-Wiederholen“-Seiten und die „Nachdenken-und-Vertiefen“-Seiten erreicht.

Der zweite Punkt kann im 1. Schuljahr über die an jeder Aufgabe der Lernzielkontrollen angebrachten Selbstbeurteilungssicons (☺, ☺☺, ☺☺☺) und die Rückmeldung der Lehrperson hierzu geschehen. Im 2. Schuljahr kann die Lehrperson den Kindern vor der jeweiligen Lernkontrolle bereits einen sogenannten „Selbsteinschätzungstest“ geben, auf dem die Kinder wenige Aufgaben zu den zentralen Themen des Kapitels rechnen können und nachfolgend ihre eigene Leistung beurteilen. Hierzu erhalten sie von Ihrer Lehrerin / ihrem Lehrer eine Rückmeldung.

Der dritte Punkt kann durch das Lehrmittel nicht ohne die Lehrperson gewährleistet werden. Im Lehrerhandbuch wird dieser Zusammenhang dargestellt.

## Bestandteile „Das Mathebuch 1 – Neubearbeitung“

- Schülerbuch, 132 S., mit CD-ROM Mathetiger Basic 1 und Internetplattform [www.das-mathebuch-1.de/1504-70/](http://www.das-mathebuch-1.de/1504-70/) sowie 4 Arbeitsbeilagen:  
Beilage 1: Zahlenstrahl bis 22 / Kopfrechentrainier  
Beilage 2: Geoplättchen  
Beilage 3: Spielgeld bis 100  
Beilage 4: Zehnerfeld, Zwanzigerfeld und Wendeplättchen
- Das Arbeitsheft 1
- ergänzendes Material: Das Übungsheft 1
- ergänzend zur Differenzierung: Das Förderheft 1
- ergänzend zur Differenzierung: Das Förderheft 1

Materialien für Lehrerinnen und Lehrer:

- Handbuch (Teil A): Konzeption, Jahresplanung, Anregungen zur Unterrichtsgestaltung
- Handbuch (Teil B): Lernkontrollen, Arbeitsblätter als Kopiervorlagen, Lösungen
- Das Mathe-Lernstands-Paket 1
- Transparentfolien, inkl. PDF der Folien auf CD
- Mathetiger 1/2, Klassenversion für 1. und 2. Klasse, Einzellizenz

Die erweiterte Lernumgebung besteht zum einen aus der jedem Schülerbuch beigelegten Lernsoftware Mathetiger Basic 1. Zum anderen gibt es eine kostenlose Internetplattform [www.das-mathebuch-1.de/1504-70/](http://www.das-mathebuch-1.de/1504-70/) zur Differenzierung, Freiarbeit und für das Lernen zu Hause.

Auf den Schülerbuchseiten wird auf die jeweils passenden Übungsmöglichkeiten zur CD-ROM und zur Internetplattform mit entsprechenden Symbolen am unteren Rand hingewiesen.

### CD-ROM Mathetiger Basic 1



**Der verrückte Apfelbaum**  
Anzahlen erfassen



**Rechenraupe**  
Zerlegungen finden



**Karla Krokodil**  
Zahlen vergleichen



**Der Fliesenleger**  
Muster legen



**Am Bankschalter**  
Geldbeträge legen



**Im Palast des Rechenmeisters**  
Kopfrechnen

### Internetplattform [www.das-mathebuch-1.de/1504-70/](http://www.das-mathebuch-1.de/1504-70/)



Hier sind weitere passende Aufgaben zu finden.



Hier können Aufgaben selbst erstellt werden.



Hier kannst du einen Film anschauen.

### Bestandteile „Das Mathebuch 2 – Neubearbeitung“

- Schülerbuch, 132 S., mit CD-ROM Mathetiger Basic 2 und Internetplattform [www.das-mathebuch-2.de/2504-70/](http://www.das-mathebuch-2.de/2504-70/) sowie 6 Arbeitsbeilagen:
  - Beilage 1: Hundertertafel, Hunderterfeld und Wendepüttchen
  - Beilage 2: Zehner- und Fünferstreifen
  - Beilage 3: Zahlenstrahl und Metermaß
  - Beilage 4: Spielgeld
  - Beilage 5: Lernuhr
  - Beilage 6: Kopfrechentainer
- Das Arbeitsheft 2
- ergänzendes Material: Das Übungsheft 2
- ergänzend zur Differenzierung: Das Förderheft 2
- ergänzend zur Differenzierung: Das Förderheft 2

Materialien für Lehrerinnen und Lehrer:

- Handbuch (Teil A): Konzeption, Jahresplanung, Anregungen zur Unterrichtsgestaltung
- Handbuch (Teil B): Lernkontrollen, Arbeitsblätter als Kopiervorlagen, Lösungen
- Das Mathe-Lernstands-Paket 2
- Transparentfolien, inkl. PDF der Folien auf CD
- Mathetiger 1/2, Klassenversion für 1. und 2. Klasse, Einzellizenz

Die erweiterte Lernumgebung besteht zum einen aus der jedem Schülerbuch beigelegten Lernsoftware Mathetiger Basic 2. Zum anderen gibt es eine kostenlose Internetplattform [www.das-mathebuch-2.de/2504-70/](http://www.das-mathebuch-2.de/2504-70/) zur Differenzierung, Freiarbeit und für das Lernen zu Hause.

Auf den Schülerbuchseiten wird auf die jeweils passenden Übungsmöglichkeiten zur CD-ROM und zur Internetplattform mit entsprechenden Symbolen am unteren Rand hingewiesen.

### CD-ROM Mathetiger Basic 2



**Der verrückte Apfelbaum**  
Anzahlen erfassen



**Raumfähre**  
Ordinalzahlen



**Der Fliesenleger**  
Muster legen



**Papagei Frido**  
Uhrzeiger einstellen



**Rennstrecke Zahlari**  
Zahlen sortieren



**Gärtnerei**  
Malaufgaben

### Internetplattform [www.das-mathebuch-2.de/2504-70/](http://www.das-mathebuch-2.de/2504-70/)



Hier sind weitere passende Aufgaben zu finden.



Hier können Aufgaben selbst erstellt werden.